

Mit welcher Genauigkeit läßt sich die Schallgeschwindigkeit in der Stratosphäre finden?

Von

B. Gutenberg, Pasadena (Kalifornien).

Summary: In a recent paper ¹⁾ GUTENBERG tried to show, that in general the height at which the temperature of the stratosphere begins to increase more rapidly, is greater in summer than in winter. As there are very many effects due to unavoidable errors, especially the effect of the wind at heights above 10 km., in general unknown, a simple method has been used by GUTENBERG to calculate the results within the limits caused by the errors. F. J. W. WHIPPLE²⁾ now raises some objections to this method. As has been pointed out by WHIPPLE (p. 159) GUTENBERG calculates the sine of the angle of incidence as a function of the distance measured at the base of the stratosphere. Such values have been given by GUTENBERG (WHIPPLE seems to have overlooked them) on page 222; they correspond with the values given by WHIPPLE on page 162, within the limits of error. They begin with the value corresponding to the ray leaving the surface of the earth horizontally. We know from observations (here I disagree with WHIPPLE) that nearly always the minimum temperature observed is to be found at the bottom of the stratosphere. With increasing height, observations show (contrary to the hypothesis used by WHIPPLE) a small, but noticeable increase of temperature. So, for an explosion at the bottom of the stratosphere, the travel time curve will begin at the origin, and we can trace backward to smaller distances our curve found from sound-observations. This connection is arbitrary within certain limits. If it is allowable to apply the WIECHERT-HERGLOTZ-BATEMAN method, we need no travel time curve, but only the sine of the angle of incidence as a function of the distance, and the velocity v_0 at the origin. This is true here just as in seismology. No mistake of 10 or 100 sec. can be made. Only, if the curve is not a continuous one, it is not allowable to use the method. This may be the case sometimes with our traveltime curve, but even then the error, which can be calculated afterwards, will be in general within the limits of the error of the data used (unknown effect of wind!). The curves found by WHIPPLE (fig. 2, page 164) agree without any doubt with the curve found by GUTENBERG within these unavoidable errors; and the calculations of WHIPPLE as well as the calculations of GUTENBERG in this paper, to investigate the possible limits of the velocity of sound, confirm the result found by GUTENBERG in his previous investigation, namely that there are noticeable differences between the temperature of the stratosphere at different seasons. That the absolute values have certain errors, has always been stated by GUTENBERG himself, but WHIPPLE also needs to make certain assumptions. As a consequence of the errors mentioned previously, the lines of his curve in fig. 2 are no more probable than the curves of GUTENBERG. As soon as we have more information on the angles of incidence, for example from the method of MEISSER⁴⁾ the more accurate but very much more complicated method of WHIPPLE to find the wave velocities will be very helpful.

In einer früheren Veröffentlichung¹⁾ hatte der Verfasser zu zeigen versucht, daß die Höhe, in der die Geschwindigkeit der anormalen Schallstrahlen zuzunehmen beginnt, recht verschiedene Werte haben kann und vielfach im Winter und Frühjahr merklich geringer ist als im Spätsommer. Er hatte die Laufzeitkurve der Schallwellen für die einzelnen Fälle konstruiert, hieraus wie üblich die Einfallswinkel berechnet und unter Benutzung der vermutlichen Schallgeschwindigkeit in der Troposphäre die Laufzeitkurve, bezogen auf den Boden der Stratosphäre, gefunden. Der Strahl mit dem größten Einfallswinkel gegen die Stratosphäre ist derjenige, der den Erdboden horizontal verläßt; die Laufzeitkurve in der Stratosphäre, die man findet, beginnt also erst in einer gewissen Distanz. Man erkennt hieraus sofort, daß unendlich viele Lösungen des Problems bestehen, außerdem ergeben sich erhebliche Fehler besonders aus der stets ungenügenden Berücksichtigung des Windes in der Umgebung der Stratosphärengrenze, wo er vielfach sein Maximum hat. Es ist daher durchaus erlaubt, gewisse vereinfachende Annahmen zu machen. Aus den aerologischen Beobachtungen wissen wir, daß die Temperatur meist ihr Minimum an der Stratosphärengrenze hat, mit zunehmender Höhe von dort aus im allgemeinen zunächst merklich, dann ganz langsam ansteigt. Es folgt daraus zweifellos, daß im Falle einer Explosion in der Stratosphärengrenze die Schallwellen fast stets nach oben konvexe Bahnen beschreiben werden, und daß die Laufzeitkurve im Falle einer solchen Explosion im Nullpunkt beginnen würde. In einer soeben erschienenen Veröffentlichung²⁾ bestreitet F. J. WHIPPLE dies mit dem Hinweis, daß der untere Teil der Stratosphäre laut Annahme („by hypothesis“) isotherm ist. Diese Annahme widerspricht aber, wie erwähnt, den meisten Beobachtungen, die eine deutliche, wenn auch schwache Zunahme der Temperatur mit wachsender Höhe zeigen. Wir können also das aus den Schallbeobachtungen gewonnene Stück der Laufzeitkurve von Schallwellen in der Stratosphäre durch ein Stück ergänzen, das im Nullpunkt beginnt. Die Form dieses Stückes ist zunächst unbekannt. Bereits in der ursprünglichen Arbeit¹⁾ wurden einige Hinweise auf die Bedingungen gegeben, welche die Form dieses Stückes bestimmen; immerhin bleibt eine gewisse Willkür. An Hand der Schlußergebnisse läßt sich am Ende leicht die entsprechende Laufzeit für die ganzen Strahlen berechnen. WHIPPLE fürchtet nun, und das ist der zweite wesentliche Einwand, den er erhebt, daß dadurch erhebliche Fehler, unbekannt ob 10 oder 100 Sekunden, sich einschleichen können. Ein Fehler von 10 Sekunden würde zweifel-

los innerhalb der unvermeidlichen übrigen Fehler liegen, insbesondere infolge der ungenügend bekannten Wirkung des Windes in großen Höhen; ein größerer Fehler würde sich leicht beim Nachrechnen der Laufzeiten zu erkennen geben, wenn er möglich wäre.

Wo liegt nun wirklich eine solche mögliche Fehlerquelle? Wie wir sahen, sind die Einwände von WHIPPLE im allgemeinen unzutreffend. Wir folgen daher der benutzten Methode weiter: Mit Hilfe der WIECHERT-HERGLOTZ-BATEMANschen Methode wird nunmehr die Scheithöhe der Strahlen berechnet. Wenn dies statthaft ist, so entspricht das Ergebnis streng den vorausgesetzten Laufzeiten. Die benutzte $\sin i(\Delta)$ -Kurve genügt dann zur Rechnung, ohne daß die Laufzeiten in der Stratosphäre berechnet werden. Auch in der Seismometrie wird hierbei die Laufzeitkurve selbst nicht benötigt, sondern nur die $\sin i$ -Kurve und der — auch hier bekannte — Wert von v_0 . Die Methode setzt allerdings voraus, daß die Laufzeitkurve stetig ist, eine Bedingung, die in unserem Falle nicht immer erfüllt zu sein braucht. Immerhin wird auch dann die Rechnung eine gute Annäherung geben. Die von WHIPPLE nach seiner Methode berechneten Kurven, die natürlich auch eine willkürliche Annahme enthalten — eine solche ist unvermeidbar —, stimmen viel besser zu den Ergebnissen von GUTENBERG (Fig. 2, S. 164, Bd. 31), als es der Text S. 165 vermuten läßt. Anderseits ist die Form der von GUTENBERG benutzten mehr stetigen Kurve in besserer Übereinstimmung mit den meisten Messungen aus der Stratosphäre als die auf Grund von Probieren aus verschiedenen Stücken zusammengesetzte Kurve von WHIPPLE, und wenn die wahre Kurve nicht mehr von der Kurve von WHIPPLE abweicht als die Kurve von GUTENBERG, so können wir recht zufrieden sein.

Wenn man die Grenzen für die Stelle des Temperaturanstieges näher untersuchen will, kann man folgendermaßen vorgehen: Man setzt voraus, wie es bereits 1926 von GUTENBERG³⁾ vorgeschlagen worden war, daß die Schallstrahlen in der Stratosphäre Gerade sind bis zu einer Höhe d über der Stratosphärenengrenze und berechnet dann nach der angegebenen Methode¹⁾ die Schallgeschwindigkeiten unter verschiedenen Annahmen von d . Die entsprechenden Laufzeitkurven stimmen mit den beobachteten Ausgangskurven im allgemeinen innerhalb der Fehlergrenzen, die, wie erwähnt, recht groß sind, überein. Den Maximalwert d^* erhält man unter der Voraussetzung, daß die anormalen Schallwellen durch totale Reflexion entstehen. Man erhält

dann einen Wert d_A^* aus der berechneten Grenzdistanz und einen Wert d_t^* aus der entsprechenden Laufzeit:

$$d_A^* = \frac{1}{2} \Delta_S^* \cot i^* \quad \text{und} \quad d_t^* = \frac{1}{2} t_S^* V \cos i_S^*.$$

Es sollte $d_A^* = d_t^*$ sein, im allgemeinen ist aber die Voraussetzung totaler Reflexion falsch, und die etwas kleinere Lösung der zweiten Gleichung liegt dann noch über dem wirklichen Wert von d^* . i_S^* ist der kleinste mögliche Wert des Einfallswinkels i_S an der Stratosphären-grenze. Im allgemeinen ist also $\sin i_S^* = V_S : V_0$. Δ_S^* und t_S^* sind die zu i_S^* gehörigen Werte von Δ_S und t_S .

Für die Schallgeschwindigkeiten am 5. Dezember 1927 und am 17. Juli 1928 [vgl. ¹⁾] ergaben sich z. B. folgende Werte:

5. Dez. 1927

17. Juli 1928

$$d_A^* = 32 \text{ km} \quad d_t^* = 32 \text{ km} \quad d_A^* = 56 \text{ km} \quad d_t^* = 52 \text{ km}$$

d. h., im ersten Falle muß der Anstieg der Schallgeschwindigkeit in höchstens 32 km Höhe, im zweiten in höchstens 52 km Höhe begonnen haben. Allerdings müßte dann die Schallgeschwindigkeit in diesen Höhen plötzlich von 300 auf etwa 360 m/sec gestiegen sein, was sehr unwahrscheinlich ist. Folgende Reihen von Werten (in runden Zahlen) ergeben sich in beiden Fällen als mögliche typische Lösungen (unter unendlich vielen):

Höhe	5. Dez. 1927			Höhe	17. Juli 1928			
km	Ia	Ib	Ic	km	IIa	IIb	IIc	IId
20	300	300	300	20	300	300	300	300 m/sec
25	340	300	300	30	340	300	300	300
30	355	350	300	40	360	350	300	300
35	365	360	355	50	380	370	360	300
40	370	365	365	60	390	380	370	365

Die Grenzreihen sind am wenigsten wahrscheinlich. Man erkennt, daß die Unsicherheit vor allem den Beginn des Anstieges betrifft. Sie ist im Sommer größer als im Winter, entsprechend dem späteren Beginn der Laufzeitkurven und der notwendigen Interpolation (durch Annahmen über die Schallgeschwindigkeit in der unteren Stratosphäre) über ein größeres Intervall, entsprechend einem größeren Höhenunterschied. Wie erwähnt, können Berechnungen der Laufzeiten unter den verschiedenen Annahmen Anhaltspunkte für deren Güte geben, sofern die beobachteten Laufzeiten und die zur Zeit der Beobachtung bis zu 30 km Höhe herrschenden Winde bekannt sind. Bis jetzt ist dies jedoch wohl kaum der Fall gewesen.

Der Zweck der Abhandlung¹⁾ war aber gar nicht gewesen, und das scheint WHIPPLE verkannt zu haben, die Temperatur in der Höhe möglichst genau zu bestimmen — auf die Unsicherheiten wurde ja damals auf jeder Seite hingewiesen —, sondern den Unterschied zwischen dem „Wintertyp“ und dem „Sommertyp“ herauszuarbeiten und in Parallele mit den Ozonbeobachtungen zu stellen. Hier bestätigen nun die Ergebnisse von WHIPPLE sowohl wie die oben angegebenen Überschlagsrechnungen das Resultat vollständig. WHIPPLE wendet im übrigen ein, daß ein Beginn des Temperaturanstieges in 20 km Höhe allen Beobachtungen widerspricht. Wir sehen aus der oben angegebenen Tabelle, daß für den 5. Dezember 1927 auch eine Höhe von 25 km mit den Beobachtungen verträglich ist (Ib), während man bei einem Beginn in 30 km Höhe (Ic) bereits einen unwahrscheinlich plötzlichen Anstieg der Temperatur erhält. Aber selbst ein Temperaturanstieg, der in 20 km Höhe beginnt, widerspricht nicht allen Beobachtungen. Man findet unter dem Beobachtungsmaterial vereinzelte Fälle, und um solche würde es sich ja handeln, in denen in der Tat in solchen Höhen bereits höhere Temperaturen gemessen wurden. Allerdings findet man dann stets den Zusatz: „Ventilation des Thermometers zweifelhaft“, oder ähnlich. Der Verdacht ist aber nicht von der Hand zu weisen, daß hier und da in solchen Fällen die gefundene höhere Temperatur der einzige Grund war, aus dem die genügende Ventilation angezweifelt worden war!

Wir sehen jedenfalls, daß die in der früheren Arbeit¹⁾ benutzte Überschlagsrechnung im allgemeinen durchaus für den Vergleich verschiedener Laufzeitkurven genügt. Nötigenfalls kann man in ganz kurzer Zeit die oben angegebenen Kontrollen mit benutzen. Die viel kompliziertere Methode von WHIPPLE, die aber, wie jede Methode in diesem Falle, ebenfalls irgendwelche willkürliche Annahmen machen muß, liefert zur Zeit keine Ergebnisse, die um mehr als die Fehlergrenzen davon abweichen. Erst wenn genauere Beobachtungen über den Wind, besonders zwischen 5 und 30 km Höhe einerseits, über die Einfallswinkel der Schallstrahlen andererseits, etwa nach der von O. MEISSER⁴⁾ angegebenen Methode, vorliegen, wird die viel größere damit verknüpfte Mühe auch einen Zweck haben.

Literatur.

1. Gerlands Beitr., Bd. 27, S. 217, 1930.
2. Desgl. Bd. 31, S. 158, 1931.
3. Zeitschrift für Geophysik, Bd. 2, S. 260, 1926.
4. Desgl. Bd. 3, S. 287, 1927.